

SISTEM KENDALI PADA SISTEM KOMPLEKS MULTIVARIABEL DENGAN METODE BERHIRARKI (STUDI ANALISIS PROSES PEMBUATAN SEMEN)

Moh. Khairudin

Jurusan Teknik Elektro Universitas Negeri Yogyakarta

Email : moh_khairudin@yahoo.com

Abstrak

Sistem kendali berhirarki muncul karena adanya permasalahan kendali pada sistem yang kompleks. Realita sistem kendali yang tidak dapat diterapkan secara efisien pada prinsip dan metode multivariabel. Hal ini terjadi karena sistem yang harus dikendalikan terlalu besar dan permasalahannya terlalu kompleks. Kerenanya komputasi yang terlalu banyak akan sulit diatasi. Sistem kendali berhirarki mempunyai sejumlah besar input dan output. Pada sistem kendali berhirarki, komponennya melakukan berbagai macam interaksi dinamis, dan sistem ini mendapatkan bermacam gangguan pula. Model matematis dari sistem ini mempunyai orde dinamik yang besar dan mencakup banyak parameter sistem. Upaya pencarian alternative dalam kendali suatu sistem berdimensi besar yang menyebabkan pembagian keseluruhan permasalahan dalam sub-sub permasalahan. Sistem controlable dan input reachable sebagai hasil yang diharapkan dengan analisa S-Rank sama dengan jumlah state serta S-Observable dan output reachable sebagai analisa lintasan tiap state yang menghubungkan pada minimal satu output.

Keyword : sistem kompleks, multivariable, model interaksi, sistem hirarki

PENDAHULUAN

Dalam dunia kendali yang telah berkembang pesat, ada beberapa hal secara realita kadangkala tidak bisa diaplikasikan teori yang mengungkapkan prinsip efisiensi dan efektifitas. Terkadang sistem multivariable Multiple Input Multiple Output (MIMO) menginspirasi agar semuanya diolah secara bersamaan untuk mencapai efisiensi dan efektifitas. Tetapi dalam kenyataannya hal ini kurang bisa diaplikasikan.

Ide tentang sistem skala besar datang pada saat permasalahan kendali yang pada praktiknya tidak dapat diterapkan secara efisien oleh prinsip dan metode sistem multivariable. Beberapa ilustrasi seperti pada sistem tenaga multiarea dengan beberapa unit pembangkit tenaga yang mendistribusikan daya listrik ke banyak tempat, sistem *coupled water reservoir* yang sarat dengan kompleksitas interaksi dinamis antar reservoir, proses pembuatan semen dan jaringan distribusi gas.

Sistem kendali skala besar pertama kali dikenalkan pada tahun 1960 oleh *Dantzing* dan *Wolfe* yang mendekomposisikan permasalahan pemrograman linear. Kemudian dikembangkan dengan pendekatan multilevel oleh *Mesarovic* tahun 1970 dan *Cohen* tahun 1978. Sistem skala besar mempunyai sejumlah input dan output dengan komponennya melakukan berbagai interaksi dinamis. Sistem ini melalui sistem lingkungannya mempunyai orde dinamik yang besar dan mencakup banyak parameter sistem.

Kesulitan untuk mengendalikan suatu sistem berdimensi besar menyebabkan lebih menguntungkan untuk membagi keseluruhan permasalahan ke dalam sub-sub permasalahan yang lebih kecil untuk kemudian dipecahkan secara terpisah dan digabungkan kembali solusi-solusinya untuk mendapatkan suatu solusi global. Sub-sub permasalahan tersebut tidak sepenuhnya independen. Beberapa koordinasi atau modifikasi solusi dari sub-sub permasalahan tersebut dibutuhkan untuk mengatur hubungan antar setiap sub permasalahan. Upaya ini dibutuhkan untuk menyesuaikan sub-sub permasalahan tersebut dalam suatu sistem komputasi terdistribusi. Karena itu dibutuhkan konsep dan teknik untuk memformulasikan suatu permasalahan dan memecahkan sub permasalahan tersebut sebagai suatu sistem pengendalian terdistribusi (*Distributed Control System/DCS*).

1. BAHAN DAN METODE

Dasar pendekomposisian dan analisa permasalahan pengendalian diberikan oleh proses yang akan dikendalikan. Sistem dengan pengendalian berhirarki, ada sistem sebagai subsistem proses, dan ada sistem sebagai pengambil keputusan.

1.1 Desentralisasi

Unit-unit dalam suatu struktur hirarki tidak sepenuhnya independent, namun setiap unit haruslah dapat merespon data yang dikirim oleh unit-unit lain. Desentralisasi sangat memperhatikan struktur informasi dari proses pengambilan keputusan. Pada pengambilan keputusan terdesentralisasi, unit-unit keputusan sepenuhnya independent atau sekurang-kurangnya mendekati independent. Karenanya, jaringan yang menggambarkan aliran informasi antar pengambil keputusan, dapat dibagi dalam bagian-bagian yang seluruhnya independent.

Pengambil keputusan yang dimiliki oleh setiap sub jaringan seluruhnya terpisah satu sama lain. Karena sebuah divisi lengkap hanya mampu menangani permasalahan yang spesifik, maka desentralisasi juga digunakan bila pengambil keputusan berkomunikasi, tetapi komunikasi ini terbatas pada interval waktu tertentu atau pada sebagian informasi yang tersedia saja. Pada struktur desentralisasi, koordinasi tidak mungkin terjadi atau hanya terbatas pada pertukaran informasi yang diijinkan saja, tetapi karena penyederhanaan dalam implementasi, maka struktur desentralisasi sering digunakan namun akan mengurangi kualitas.

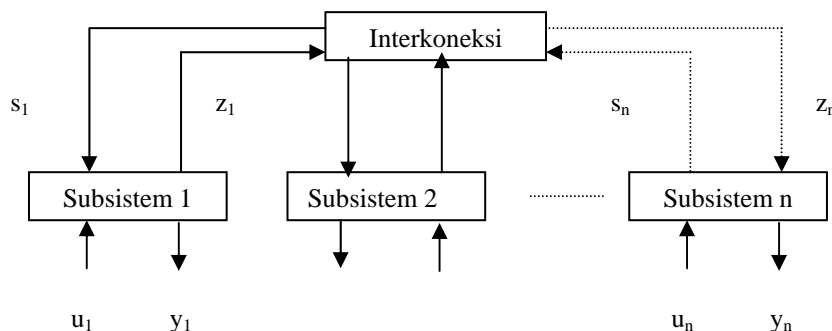
Suatu saat solusi juga diperoleh dengan menggunakan pengambil keputusan independent yang lengkap. Setiap pengambil keputusan hanya membutuhkan jumlah informasi yang terbatas, bukan dari keseluruhan model proses. Keuntungan ini tidak hanya bergantung pada waktu dan usaha yang dibutuhkan untuk memecahkan masalah, namun juga bergantung pada fleksibilitas unit-unit pengendalian saat gangguan pada plant yang muncul. Jika suatu subsistem terdiskoneksi dari subsistem lain, maka unit pengambil keputusannya secara simultan akan teeputus dari sistem namun tetap beroperasi pada level subsistemnya.

Secara sederhana, sistem desentralisasi dapat dideskripsikan sebagai sebuah pengendali umpan balik yang terdiri dari stasiun-stasiun pengendalian independent, dengan masing-masing menerima pengukuran data y_i dan mempengaruhi input pengendalian u_i yang berhubungan langsung. Sistem ini merupakan hasil distribusi permasalahan desain dalam sub-sistem sehingga setiap sub sistem dapat diselesaikan secara terpisah.

Suatu sistem akan dinamakan sistem skala besar manakala sistem tersebut memerlukan dekomposisi dan desentralisasi dalam pengendaliannya sehingga akan membentuk sub sistem yang dikendalikan oleh pengendali level 1 dan pengendali level 2 mengkoordinasikan interaksi yang terjadi antar sub sistem.

1.2 Model Interaksi dan Model Input-Output

Sistem pengendalian hirarki dapat dimodelkan dalam bentuk model interaksi sebagai berikut :



Gambar 1. Model Interaksi

Dengan u_1 = eksternal input ke subsistem 1, y_1 = eksternal output dari subsistem 1, s_1 = internal input ke subsistem 1 yang menyatakan pengaruh dari subsistem yang lain, z_1 = internal output dari subsistem 1 yang mempengaruhi subsistem lain dan x_1 = state subsistem 1.

Model interaksi mempunyai persamaan :

$$\begin{aligned}
 & \bullet \\
 x_i &= A_i x_i + B_i u_i + E_i s_i \\
 y_i &= C_i x_i + D_i u_i + F_i s_i \\
 z_i &= C_{zi} x_i + D_{zi} u_i + F_{zi} s_i \\
 s &= Lz \quad \text{dimana } i = 1,2,3...N = \text{banyaknya subsistem}
 \end{aligned}
 \tag{2.1}$$

Bila interaksi antar subsistem adalah lemah (s=0) maka

$$\begin{aligned}
 & \bullet \\
 x_i &= A_i x_i + B_i u_i \\
 y_i &= C_i x_i + D_i u_i
 \end{aligned}
 \tag{2.2}$$

berarti bahwa sistem tersebut didesentralisasi menjadi subsistem-subsistem yang independent, dengan

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_N \end{pmatrix}, u = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_N \end{pmatrix}, s = \begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \\ \vdots \\ s_N \end{pmatrix}, z = \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_N \end{pmatrix}
 \tag{2.3}$$

maka

$$\begin{pmatrix} \bullet \\ x_1 \\ \bullet \\ x_2 \\ \vdots \\ \bullet \\ x_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & A_2 & 0 & 0 \\ \vdots & 0 & \vdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_N \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & B_2 & 0 & 0 \\ \vdots & 0 & \vdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & B_N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_N \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} E_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & E_2 & 0 & 0 \\ \vdots & 0 & \vdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & E_N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \\ \vdots \\ s_N \end{pmatrix}
 \tag{2.4}$$

$$\begin{aligned}
 & \bullet \\
 x &= (\text{diag } A_i)x + (\text{diag } B_i)u + (\text{diag } E_i)s \\
 y &= (\text{diag } C_i)x + (\text{diag } D_i)u + (\text{diag } F_i)s \\
 z &= (\text{diag } C_{zi})x + (\text{diag } D_{zi})u + (\text{diag } F_{zi})s \\
 s &= Lz, \text{ sedangkan bila informasi tentang interaksinya dieliminasi, diperoleh :}
 \end{aligned}
 \tag{2.5}$$

$$\begin{aligned}
 & \bullet \\
 x &= (\text{diag } A_i)x + (\text{diag } B_i)u + (\text{diag } E_i)Lz \\
 y &= (\text{diag } C_i)x + (\text{diag } D_i)u + (\text{diag } F_i) Lz \\
 z &= (\text{diag } C_{zi})x + (\text{diag } D_{zi})u + (\text{diag } F_{zi}) Lz
 \end{aligned}
 \tag{2.6}$$

dengan syarat determinan $(I - \text{diag } F_{zi}) \neq 0$ akan diperoleh persamaan

$$\begin{aligned}
 A &= \text{diag } A_i + (\text{diag } E_i)L(I - \text{diag } F_{zi})^{-1} \text{diag } C_{zi} \\
 B &= \text{diag } B_i + (\text{diag } E_i)L(I - \text{diag } F_{zi})^{-1} \text{diag } D_{zi} \\
 C &= \text{diag } C_i + (\text{diag } E_i)L(I - \text{diag } F_{zi})^{-1} \text{diag } C_{zi} \\
 D &= \text{diag } D_i + (\text{diag } E_i)L(I - \text{diag } F_{zi})^{-1} \text{diag } D_{zi}
 \end{aligned}
 \tag{2.7}$$

Bila sistem tidak memiliki *throughput* (input langsung menjadi output), maka persamaan menjadi :

$$\begin{aligned}
 & \bullet \\
 x &= Ax + Bu \\
 y &= Cx,
 \end{aligned}
 \tag{2.8}$$

dengan $A = \text{diag } A_i + (\text{diag } E_i)L \text{diag } C_{zi}$

$$\begin{aligned}
 B &= \text{diag } B_i \\
 C &= \text{diag } C_i \\
 D &= 0
 \end{aligned}
 \tag{2.9}$$

Model demikian sering dinamakan model input output.

1.3 Sifat-Sifat Struktural Sistem Pengendalian

Hubungan input-state- output pada suatu sistem pengendalian dapat dinyatakan dalam bentuk graph dengan arahnya. Input-state dan output sistem merupakan *vertex (node)* dari graph yang dibentuk. Penelitian mengenai struktur dari sistem dinamik telah dilakukan oleh *Reinschke (1988)*. Graph berarah yang diperlukan untuk aplikasi struktur sistem dapat ditemukan dalam *Nägler (1987)*.

Pasangan *vertex* (V_k, V_l) merupakan *arc (edge)* dari graph tersebut bila dalam persamaan sistemnya V_l dipengaruhi oleh V_k . Path (lintasan) dari V_i ke V_j merupakan himpunan edge-edge yang menghubungkan V_i ke $V_j = \{(V_i, V_k), (V_k, V_l), \dots, (V_m, V_j)\}$ dengan memperhatikan arah dari tiap edge yang membentuknya. *Vertex-vertex* V_i dan V_j dikatakan terhubung dengan kuat (strongly connected) jika dan hanya jika terdapat path dari V_i dan V_j dan sebaliknya. Bila kondisi tersebut tidak dipenuhi dikatakan terhubung dengan lemah (*weakly connected*).

Matrik Q adalah matrik kedekatan (adjacency matrix) dengan tiap elemen dari Q sebagai berikut :

$$q_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{bila } (V_j, V_i) \text{ adalah edge dalam graph tersebut} \\ 0 & \text{bila } (V_j, V_i) \text{ adalah bukan edge dalam graph tersebut} \end{cases} \quad (2.10)$$

Sedangkan matrik R merupakan matrik ketercapaian (*reachability matrix*) dengan elemennya :

$$r_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{bila ada path dari } (V_j \text{ ke } V_i) \\ 0 & \text{bila tidak ada path dari } (V_j \text{ ke } V_i) \end{cases} \quad (2.11)$$

Untuk mengetahui bahwasannya suatu sistem *controllable* maupun *observable* maka haruslah dilakukan identifikasi terhadap struktur rank dari sistem tersebut. Struktural rank (S-rank) suatu matrik struktur S_a adalah angka maksimal dari elemen-elemen dalam matriks struktur S_a yang independent *entry*. Adapun algoritma untuk mencari s-rank menurut *Jamshidi (1997)*, adalah sebagai berikut :

1. Eliminasi baris atau kolom matrik A yang hanya mempunyai nol dimensi $N \times M$
2. Jika $\text{Min}(N, M) = 1$, generic rank A, $\text{gr}(A) = 1$ ($g = 1$)
Jika $\text{Min}(N, M) = 0$ maka $\text{gr}(A) = 0$ ($g = 0$)
3. Identifikasi entry yang tidak nol dalam matrik A dengan maksimum nol dalam kolom atau barisnya.
4. Hitunglah generic rank A_1 , yang adalah matriks A original keluar baris atau kolom seperti pada langkah ketiga. Jika $\text{gr}(A_1) = \text{Min}(N, M) - 1$, maka $\text{gr}(A) = 1 + \text{gr}(A_1)$
5. Hitunglah generic rank A_2 yaitu matriks A original setelah melakukan langkah ketiga dengan mengidentifikasi nol. Maka $\text{gr}(A) = r(g) = \text{Max}(1 + \text{gr}(A_1), \text{gr}(A_2))$, maka s-rank sfsish $\text{gr}(A)$.

Menurut *Lunze (1992)*, sistem dikatakan *connectable* (atau input *reachable*) jika ada lintasan ke setiap state dari sedikitnya satu input. Sedangkan output dikatakan output *connectable* (output *reacable*) jika ada lintasan dari sedikitnya satu state ke setiap output.

Sedangkan sistem dikatakan *structural controllable (S-Controllable)* jika dan hanya jika :

1. Sistem tersebut input *connectable*
2. Sistem tersebut mempunyai s-rank $(S_a \ S_b) = n$, dimana $n = \text{jumlah state}$

Dan sistem dikatakan *structural observable (S-Observable)* jika dan hanya jika :

1. Sistem tersebut output *connectable*
2. Sistem tersebut mempunyai s-rank $\begin{pmatrix} S_a \\ S_b \end{pmatrix} = n$ dengan $n = \text{jumlah state}$

2. DEKOMPOSISI BERDASARKAN STRONGLY COUPLED SYSTEM

Menurut Lunze (1992), dengan mengamati struktur matrik L pada persamaan (2.1), suatu sistem dapat didekomposisikan menjadi beberapa subsistem dengan subsistem-subsistem tersebut dapat disusun dalam struktur berhirarki. Adapun matrik L tersebut adalah :

$$L = \begin{pmatrix} L_{11} & L_{12} & \dots & L_{1N} \\ L_{21} & \dots & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ L_{N1} & \dots & \dots & L_{NN} \end{pmatrix} \text{ dengan elemen } (L) = \begin{cases} 1 & \text{bila } L_{ij} = 0 \\ 0 & \text{bila } L_{ij} \neq 0 \end{cases} \quad (2.12)$$

Dengan demikian diperoleh beberapa subsistem dengan interaksi yang diberikan oleh (L). Kemudian diadakan pengaturan ulang terhadap kondisi (L) sehingga diperoleh matriks lower diagonal.

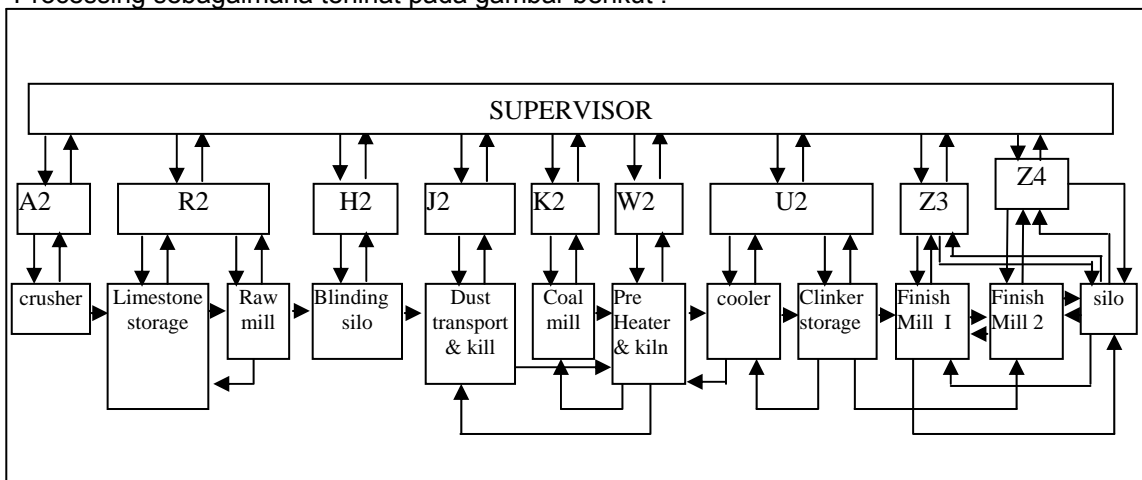
$$L = \begin{pmatrix} L_{11} & 0 & \dots & 0 \\ L_{21} & L_{22} & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & L_{33} & \vdots \\ L_{N1} & L_{N2} & \dots & L_{NN} \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

Pengelompokan tersebut berdasarkan pada graph struktur dari sistem dengan melihat keadaan matrik L, dengan syarat :

1. Dua Vertex yang *strongly coupled* berada dalam satu kelas yang ekuivalennya sama
2. Himpunan vertex N oleh matrik L didekomposisi menjadi beberapa kelas ekuivalen.
3. Dengan satu transformasi urutan dari vertex dan kelasnya dibuat supaya diperoleh L' yang berupa matriks lower diagonal.
4. L'=P^TLP

3. HASIL PENELITIAN

Pada sistem kendali untuk proses produksi semen menggunakan Digital Signal Processing sebagaimana terlihat pada gambar berikut :



Gambar 3. Aliran proses dan sistem kontrolnya

Tampak bahwa sistem terdistribusi dalam sembilan subsistem, dengan setiap subsistem memiliki state(x), aksi control (u) dan output(y). Tampak juga bahwa antar subsistem satu dengan yang lainnya ada hubungan. Hubungan menunjukkan aliran proses pada produksi semen serta aliran proses kontrol. Labelisasi A2, R2, H2 dan seterusnya menunjukkan pengendali local ataupun pengendali level pertama dan supervisor merupakan pengendali level kedua.

Dikehendaki model interaksi dan model input-output untuk sistem proses produksi semen di atas. Karenanya dengan mempertimbangkan dan mengasumsikan bahwa proses yang dikontrol oleh pengendali local adalah satu subsistem sehingga dapat menurunkan sistem ke dalam model interaksi sebagaimana gambar berikut :

Pada gambar 2.1 tampak bahwa ada informasi sebagai berikut :

- s₂ menginformasikan z₁
- s₃ menginformasikan z₂ dan z₄
- s₄ menginformasikan z₃ dan z₆
- s₅ menginformasikan z₆
- s₆ menginformasikan z₄ , z₅ dan z₇
- s₇ menginformasikan z₆
- s₈ menginformasikan z₇ dan z₉
- s₉ menginformasikan z₇ dan z₈

Dengan kondisi fisik dari subsistem yang terhubung sebagaimana informasi di atas maka dapatlah dibentuk sebuah model subsistem dengan model interaksi sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
 & \bullet \\
 & \dot{x}_1 = A_1 x_1 + B_1 u_1 \\
 \text{a. subsistem 1} \quad & y_1 = C_1 x_1 + D_1 u_1 \qquad (2.14) \\
 & z_1 = C_{z1} x_1 + D_{z1} u_1 \\
 & L = 0 \\
 & \bullet \\
 & \dot{x}_1 = A_2 x_2 + B_2 u_2 + E_2 s_2 \\
 \text{b. subsistem 2} \quad & y_2 = C_2 x_2 + D_2 u_2 + F_2 s_2 \\
 & z_2 = C_{z2} x_2 + D_{z2} u_2 + F_{z2} s_2 \\
 & s = L_{21} z_1 \\
 & \bullet \\
 & \dot{x}_3 = A_3 x_3 + B_3 u_3 + E_3 s_3 \\
 \text{c. subsistem 3} \quad & y_3 = C_3 x_3 + D_3 u_3 + F_3 s_3 \\
 & z_3 = C_{z3} x_3 + D_{z3} u_3 + F_{z3} s_3 \\
 & s = L_{32} z_2 + L_{34} z_4 \\
 & \bullet \\
 & \dot{x}_4 = A_4 x_4 + B_4 u_4 + E_4 s_4 \\
 \text{d. subsistem 4} \quad & y_4 = C_4 x_4 + D_4 u_4 + F_4 s_4 \\
 & z_4 = C_{z4} x_4 + D_{z4} u_4 + F_{z4} s_4 \\
 & s = L_{43} z_3 + L_{46} z_6 \\
 & \bullet \\
 & \dot{x}_5 = A_5 x_5 + B_5 u_5 + E_5 s_5 \\
 \text{e. subsistem 5} \quad & y_5 = C_5 x_5 + D_5 u_5 + F_5 s_5 \\
 & z_5 = C_{z5} x_5 + D_{z5} u_5 + F_{z5} s_5 \\
 & s = L_{56} z_6 \\
 & \bullet \\
 & \dot{x}_6 = A_6 x_6 + B_6 u_6 + E_6 s_6 \\
 \text{f. subsistem 6} \quad & y_6 = C_6 x_6 + D_6 u_6 + F_6 s_6 \\
 & z_6 = C_{z6} x_6 + D_{z6} u_6 + F_{z6} s_6 \\
 & s = L_{64} z_4 + L_{65} z_5 + L_{67} z_7
 \end{aligned}$$

g. subsistem 7

$$\begin{aligned} \dot{x}_7 &= A_7x_7 + B_7u_7 + E_7s_7 \\ y_7 &= C_7x_7 + D_7u_7 + F_7s_7 \\ z_7 &= C_{z7}x_7 + D_{z7}u_7 + F_{z7}s_7 \\ s &= L_{76}z_{64} \end{aligned}$$

h. subsistem 8

$$\begin{aligned} \dot{x}_8 &= A_8x_8 + B_8u_8 + E_8s_8 \\ y_8 &= C_8x_8 + D_8u_8 + F_8s_8 \\ z_8 &= C_{z8}x_8 + D_{z8}u_8 + F_{z8}s_8 \\ s &= L_{87}z_7 + L_{89}z_9 \end{aligned}$$

i. subsistem 9

$$\begin{aligned} \dot{x}_9 &= A_9x_9 + B_9u_9 + E_9s_9 \\ y_9 &= C_9x_9 + D_9u_9 + F_9s_9 \\ z_9 &= C_{z9}x_9 + D_{z9}u_9 + F_{z9}s_9 \\ s &= L_{99}z_7 + L_{98}z_8 \end{aligned}$$

Dari persamaan subsistem-subsistem tersebut dapatlah dibentuk matriks interaksi (L) berikut ini :

$$L = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 & 0 & I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I & I & 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I & 0 & I \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I & I & 0 \end{pmatrix} \tag{2.15}$$

Sesuai dengan pengamatan langsung ternyata sistem pada pengolahan proses pembuatan semen merupakan sistem yang tidak memiliki *throughput* (pada sistem ini kondisi input langsung menjadi output) sehingga berlaku formulasi pada persamaan (2.8) dan (2.9). Jadi persamaan struktur sistem dalam model input output menjadi :

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ E_2C_{z1} & A_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & E_3C_{z2} & A_3 & E_3C_{z4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & E_4C_{z3} & A_4 & 0 & E_4C_{z6} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & A_5 & E_5C_{z6} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & E_6C_{z4} & E_6C_{z5} & A_6 & E_6C_{z7} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & E_7C_{z6} & A_7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & E_8C_{z7} & A_8 & E_8C_{z9} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & E_9C_{z7} & E_9C_{z8} & A_9 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} B_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & B_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & B_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & B_5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & B_6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & B_7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & B_8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & B_9 \end{pmatrix} u$$

$$y = \begin{pmatrix} C_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ F_2 C_{z1} & C_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & F_3 C_{z2} & C_3 & F_3 C_{z4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & F_4 C_{z3} & C_4 & 0 & F_4 C_{z6} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_5 & F_5 C_{z6} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & F_6 C_{z4} & F_6 C_{z5} & C_6 & F_6 C_{z7} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & F_7 C_{z6} & C_7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & F_8 C_{z7} & C_8 & F_8 C_{z9} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & F_9 C_{z7} & F_9 C_{z8} & C_9 \end{pmatrix} x \quad (2.16)$$

4. ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Dengan berdasar pada sistem pada persamaan (2.16) dapatlah disusun suatu matrik struktur (matrik yang menunjukkan harga identitas dari suatu sistem), sebagai berikut :

$$S_a = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad S_b = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$S_c = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Dengan melihat struktur matrik maka dapat dicari kondisi structural-rank (S-Rank) untuk

(Sa Sb) dan $\begin{pmatrix} Sa \\ Sc \end{pmatrix}$ dari sistem di atas. Adapun struktural-rank (S-Rank) dari (Sa Sb) dengan

S-Rank (Sa Sb) = 9. Hal ini menunjukkan bahwa sistem tersebut mempunyai S-Rank (Sa Sb) sama dengan banyaknya state. Jadi sistem tersebut dikatakan bahwa sistem adalah *Structural Controllable* (S-Controllable) karena syarat bahwa sistem adalah input *reachable* (yaitu ada lintasan yang menghubungkan salah satu input ke setiap state dan S-rank (Sa Sb) = jumlah state terpenuhi.

Sedangkan Struktural-Rank (S-Rank) $\begin{pmatrix} Sa \\ Sc \end{pmatrix}$ menunjukkan bahwa Struktural-Rank (S-Rank) $\begin{pmatrix} Sa \\ Sc \end{pmatrix} = 9$ sesuai dengan jumlah state. Jadi sistem dikatakan *S-Observable* karena syarat sistem output *reachable* (yaitu ada lintasan yang menghubungkan setiap state ke paling sedikitnya satu output) terpenuhi.

Dengan mengamati struktur matrik L pada persamaan (2.15) maka dapat dilakukan dekomposisi sistem menjadi subsistem-subsistem yang dapat disusun secara struktur hirarki. Adapun struktur matrik L dapat dinyatakan ulang dalam :

$$L = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ L_{21} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_{32} & 0 & L_{34} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_{43} & 0 & 0 & L_{46} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_{56} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L_{64} & L_{65} & 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_{76} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_{87} & 0 & L_{89} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_{97} & L_{98} & 0 \end{pmatrix}$$

Secara kebetulan struktur matrik L sudah pada bentuk lower diagonal, bila belum maka haruslah dicari suatu matrik transformasi dari L menjadi L'. Sehingga L' merupakan matrik lower diagonal. Caranya dengan melalui suatu matriks transformasi P, dengan L'=P^TLP. Dengan P

harga $P_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{bila elemen } i \text{ pada } L \text{ ingin dipindah menjadi elemen } j \text{ pada } L' \\ 0 & \text{yanglainnya} \end{cases}$

Dari hasil pengelompokkan ulang pada L dapat dilihat bahwa ada subsistem-subsistem baru yang mempunyai karakteristik *strongly coupled system* (SCS) terbentuk, yaitu :

1. SCS 1

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= A_1 x_1 + B_1 u_1 \\ y_1 &= C_1 x_1 \end{aligned}$$

2. SCS 2

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 &= A_2 x_2 + B_2 u_2 \\ y_2 &= C_2 x_2 \end{aligned}$$

3. SCS 3

$$\begin{pmatrix} * \\ x_3 \\ * \\ x_4 \\ * \\ x_5 \\ * \\ x_6 \\ * \\ x_7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_3 & E_3 C_{z4} & 0 & 0 & 0 \\ E_4 C_{z3} & A_3 & 0 & E_4 C_{z6} & 0 \\ 0 & 0 & A_5 & E_5 C_{z6} & 0 \\ 0 & E_6 C_{z4} & E_6 C_{z5} & A_6 & E_6 C_{z7} \\ 0 & 0 & 0 & E_7 C_{z6} & A_7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & B_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & B_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & B_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & B_7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_3 \\ u_4 \\ u_5 \\ u_6 \\ u_7 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} y_3 \\ y_4 \\ y_5 \\ y_6 \\ y_7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \end{pmatrix}$$

4. 4. SCS 4

$$\begin{pmatrix} * \\ x_8 \\ * \\ x_9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_8 & E_8 C_{z9} \\ E_9 C_{z8} & A_9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_8 \\ x_9 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B_8 & 0 \\ 0 & B_9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_8 \\ u_9 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} y_8 \\ y_9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_8 & 0 \\ 0 & C_9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_8 \\ x_9 \end{pmatrix}$$

Pengelompokkan tersebut tentunya berdasar pada graph struktur sistem dengan memperhatikan interaksi pada L. Dekomposisi sistem dapat mempermudah analisa kestabilan sistem, karena suatu sistem dikatakan stabil jika dan hanya jika semua *strongly coupled system* adalah stabil.

Karena sistem pengendalian proses pembuatan semen di atas mempunyai matriks interaksi L yang lower diagonal maka sistem tersebut mempunyai struktur berhirarki.

5. KESIMPULAN

- Bila sistem tidak mempunyai *throughput* maka dalam persamaan output untuk state space vektor Dx diabaikan
- Suatu sistem kompleks akan *s-controllable* bila memenuhi syarat input *reachable* dan $S-Rank(Sa \ Sb) = \text{jumlah state}$.
- Suatu sistem kompleks akan *s-observable* bila memenuhi syarat output *reachable* dan $S-Rank$

$$\text{Rank} \begin{pmatrix} Sa \\ Sc \end{pmatrix} = \text{jumlah state}.$$

- Untuk menjadikan sistem menjadi hirarki model maka dari matriks interaksi haruslah dicari matrik transformasi sehingga menghasilkan matrik interaksi yang lower diagonal.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Cohen, G, "**Optimization by Decomposition and Coordination: a Unified Approach**", IEEE Transaction Automatic Control, AC-23.222-32, 1978..
- [2] Dantzing, G and P. Wolfe, "**Decomposition Principle of Linear Program**", Oper.Res.8. dan Wolfe, 1960

-
- [3] Jamshidi, Mohamad, 1997, "**Large Scale System ; Modeling and Control**" Elsevier North Holland, New York, And Fuzzy Logic.
 - [4] Lunze, Jan, "**Feedback Control of Large Scale System**" PrenticeHall International, Englewood Cliffs, 1992.
 - [5] Mesarovic, MD, M.Mackop and Y. Takahara, "**wo Coordination Principle and Their Aplication in Large Scale Systems Control**", Automatica 6, 1970
 - [6] Reinschke, K.J, "**Multivariable Control, A Graph theoretic Approach**" Springer: Berlin and Academie, Berlin, 1988