

PERANCANGAN DAN SIMULASI SISTEM SUSPENSİ MOBİL BERBASIS KENDALI OPTIMAL

Fatchul Arifin

Jurusan Teknik Elektro Fakultas Teknik Universitas Negeri Yogyakarta
Telp. (0274) 554686 - 58668 psw 293, e-mail: fatchul@uny.ac.id

Abstrak

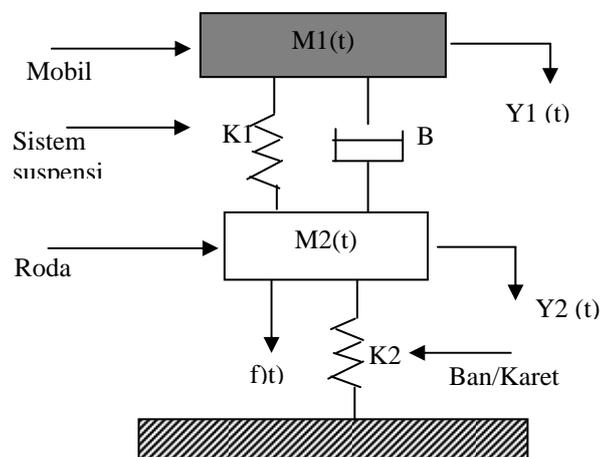
Mobil adalah suatu alat transportasi darat yang sangat penting bagi kehidupan manusia modern. Salah satu faktor kenyamanan mengendarai mobil adalah sistem suspensi (*soft breaker*) yang dimilikinya. Dengan sistem suspensi yang bagus, ketika mobil terkena guncangan, mobil akan tetap stabil. Pada penelitian ini akan diajukan salah satu cara/pendekatan dalam merancang sistem suspensi mobil melalui pendekatan kendali optimal dengan metode *Linear Quadratic Regulator (LQR)*. Mobil yang akan dirancang sistem suspensinya dimodelkan dalam persamaan matematis, dan selanjutnya akan didesain sistem suspensi yang tepat untuk mobil tersebut. Perancangan dilakukan dengan bantuan perangkat lunak MATLAB untuk mendapatkan parameter-parameter kendali yang dibutuhkan. Pengujian dilakukan pada mobil dengan muatan penuh dan kosong dengan diberikan guncangan. Berdasarkan simulasi dengan perangkat lunak MATLAB, didapatkan bahwa sistem suspensi yang dirancang memiliki unjuk kerja yang memuaskan (kondisi mobil relatif stabil).

Kata kunci: Suspensi mobil, kendali optimal, LQR, MATLAB

1. PENDAHULUAN

Mobil merupakan salah satu sarana transportasi darat yang telah diciptakan manusia, dan begitu besar maknanya dalam kehidupannya. Salah satu faktor kenyamanan seseorang naik mobil adalah sistem suspensinya (*soft breaker*). Jenis mobil mewah tentu telah mempunyai sistem suspensi yang sangat bagus. Ketika mobil terkena guncangan (misal jalan bergelombang), mobil akan tetap stabil, penumpang tidak merasakan adanya guncangan tersebut.

Mobil biasa (non mobil mewah) biasanya belum memiliki sistem suspensi yang baik. Ketika ada guncangan, guncangan tersebut akan sangat terasa oleh penumpang. Bahkan guncangan itu terkadang menyebabkan mobil bergelombang-gelombang, membutuhkan waktu yang agak lama untuk mencapai kondisi stabil lagi. Model sistem suspensi mobil diperlihatkan pada Gambar 1.



Gambar 1. Sistem suspensi pada salah satu roda mobil

Model matematis dari *plant* dapat diperoleh dengan menurunkan hubungan antara masing-masing komponen yang menyusunnya. Untuk penyederhanaan *plant*, akan dilihat sistem suspensi pada salah satu roda mobil. Gambar 1 menunjukkan sistem suspensi pada salah satu roda mobil, dengan: M_1 = massa mobil, B = shock absorber, K_1 = per atau pegas, M_2 = massa roda, dan K_2 = elastisitas dari ban (karet ban).

Berdasarkan Gambar 1, maka akan muncul 2 buah persamaan dari sistem disebabkan adanya 2 buah pergeseran (*displacement*) yang saling bebas. Pertama pada massa M_1 , karena pada massa ini tidak ada gaya yang mengenainya, persamaannya menjadi:

$$\begin{aligned} M_1 \frac{d^2 y_1}{dt^2} &= -B \left(\frac{dy_1}{dt} - \frac{dy_2}{dt} \right) - K_1 (y_1 - y_2) \\ M_1 \ddot{y}_1 &= -B (\dot{y}_1 - \dot{y}_2) - K_1 (y_1 - y_2) \end{aligned} \quad (1)$$

Selanjutnya pada M_2 , dianggap ada gaya $f(t)$ yang mengenainya sehingga persamaannya menjadi:

$$\begin{aligned} M_2 \frac{d^2 y_2}{dt^2} &= f(t) - B \left(\frac{dy_2}{dt} - \frac{dy_1}{dt} \right) - K_1 (y_2 - y_1) - K_2 y_2 \\ M_2 \ddot{y}_2 &= f(t) - B (\dot{y}_2 - \dot{y}_1) - K_1 (y_2 - y_1) - K_2 y_2 \end{aligned} \quad (2)$$

Di dalam sistem suspensi mobil ini, output yang dikendalikan adalah pergeseran (*displacement*) dari $Y_1(t)$, sedangkan inputnya adalah gaya (f_1).

Tidak seperti sistem kendali klasik, dimana setiap outputnya diharapkan punya karakteristik tertentu seperti *phase* atau *gain* margin, output dalam kendali optimal tidak demikian, melainkan dengan *index performance*. Pada sistem kendali optimal seorang *engineer* dituntut untuk merancang pengendali yang akan mengoptimalkan *indeks performance*. Nilai spesifik dari *index performance* tidak pernah diketahui sampai proses optimasi selesai. *Index performance* adalah nilai (ukuran) matematis dari unjuk kerja yang akan dioptimasi, sebagai contoh: waktu minimum untuk mencapai kondisi operasi tertentu, energi minimum yang diperlukan pada suatu sistem, dan kesalahan minimum dalam operasi.

Pada sistem ini diharapkan pengendali akan mampu menghasilkan kemungkinan nilai terbaik dari *index performance*-nya. Kendali Optimal terfokus pada penentuan pengendali yang akan memberikan nilai *index performance* terbaik. Nilai *index performance* terbaik tidak diketahui, sampai dengan proses pengendalian selesai. Solusi ini tergantung pada kekhasan *plant* yang dikendalikan dan spesifik *index performance* yang akan dioptimasi.

Secara umum perancangan sistem kendali optimal mempunyai 2 tujuan (fungsi), yaitu: sebagai regulator (menstabilkan sistem dengan variable/output agar tetap kecil) dan sebagai *tracker/servomechanism* (mengontrol sistem agar mengikuti trayektory dan keadaannya selalu dalam batas-batas tertentu).

Melihat hal di atas maka dalam kasus perancangan sistem suspensi mobil ini fungsi regulator yang akan digunakan. Teknik yang sering digunakan untuk menyelesaikan masalah regulator adalah LQR (*Linear Quadratic Regulator*). Penyelesaian dengan LQR membutuhkan informasi tentang setiap *states* di dalam sistem. Padahal Untuk mendapatkan setiap *state* secara penuh adalah sangat sulit (dalam kenyataannya), oleh karena itulah diperlukan sebuah OBSERVER, kecuali (jalan lain) *internal state* diperoleh dengan estimasi dari pengukuran output yang dapat diukur.

Kombinasi LQR dan OBSERVER akan menghasilkan DYNAMIC REGULATOR, mirip dengan kompensator pada kendali klasik, bedanya di sini menggunakan pendekatan matriks untuk mempercepat perhitungan *multivariable*. Pada LQR ini berlaku:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (3)$$

dengan:

$u(t)$ adalah vector input dengan dimensi m
 $y(t)$ adalah vector output dengan dimensi p

$x(t)$ adalah variabel internal dengan dimensi n , yang menggambarkan sistem internal
 Matriks A dan B adalah matriks sistem dinamik, didapatkan dari analisa fisik.
 C adalah matriks output, didapatkan dari pengukuran output

Pada setiap kendali modern, diasumsikan bahwa setiap *states* $x(t)$ selalu punya *feedback*, sehingga:

$$U = -KX \quad (4)$$

dengan $K(t)$ adalah matriks *gain feedback* berukuran $m \times n$, sehingga didapatkan:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= (A - BK)x, \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (5)$$

Dari persamaan (4) dan (5) nampak, bahwa masalah utama yang harus diselesaikan adalah menentukan K yang berukuran $m \times n$ shg menghasilkan *system feedback* yang bagus.

Seorang perancang sistem kendali optimal, harus memilih PI yang berhubungan dengan karakteristik sistem yang ingin dioptimalkan. Yang paling sering digunakan adalah bentuk *Linier Quadratic PI* sebagai berikut:

$$J = \frac{1}{2} x^T(T)S(T)x(T) + \frac{1}{2} \int_0^T (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (6)$$

dengan:

$[0, T]$: *time intereval*
 $S(T), Q,$ dan R : parameter yang harus dirancang untuk memenuhi *performance*

$S(T)$ dan Q haruslah matriks *semi definite* positif ($S(t) \geq 0$, dan $Q \geq 0$) dan R harus matriks *definite positif* ($R > 0$). Pemilihan $S, Q,$ dan R seperti ini untuk menjamin agar J tidak negatif. Pemilihan parameter $S(t), Q$ dan R adalah kunci dalam perancangan kendali optimal. Setelah $S(t), Q$ dan R diperoleh maka matriks *feedback gain* K juga akan diperoleh. Disinilah kunci dari optimal kontrol untuk meminimalkan PI .

Pada penelitian ini akan dibahas salah satu cara perancangan sistem suspensi mobil berbasis kendali optimal. Penelitian diharapkan menghasilkan parameter-parameter yang bisa diaplikasikan dalam pembuatan sistem suspensi mobil yang lebih bagus.

2. METODE PENELITIAN

Pada penelitian ini, mobil yang akan dirancang sistem suspensinya dimodelkan dalam persamaan matematis. Selanjutnya akan didesain sistem suspensi yang tepat untuk mobil tersebut berbasis sistem kendali optimal. Perancangan dan simulasi dilakukan dengan bantuan perangkat lunak MATLAB.

2.1. Analisis Plant

Pada penelitian ini mobil (*plant*) yang akan dirancang sistem suspensinya terlebih dahulu harus dimodelkan, dan telah didapatkan model matematis dari *plant* sebagai berikut:

$$\begin{aligned} M_1 \frac{d^2 y_1}{dt^2} &= -B \left(\frac{dy_1}{dt} - \frac{dy_2}{dt} \right) - K_1 (y_1 - y_2) \\ M_1 \ddot{y}_1 &= -B (\dot{y}_1 - \dot{y}_2) - K_1 (y_1 - y_2) \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} M_2 \frac{d^2 y_2}{dt^2} &= f(t) - B \left(\frac{dy_2}{dt} - \frac{dy_1}{dt} \right) - K_1 (y_2 - y_1) - K_2 y_2 \\ M_2 \ddot{y}_2 &= f(t) - B (\dot{y}_2 - \dot{y}_1) - K_1 (y_2 - y_1) - K_2 y_2 \end{aligned} \quad (8)$$

Pada sistem suspensi ini, yang berperan sebagai input adalah gaya $f(t)$, sedangkan outputnya adalah perpindahan (*displacement*), $y_1(t)$.

Pada perancangan sistem kendali optimal, model matematis persamaan diferensial dari plant diubah ke model matematis ruang keadaan (*state space*), dengan bentuk umum sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= cx + Du\end{aligned}\tag{9}$$

Didefinisikan *state* sebagai berikut:

$$\begin{aligned}x_1 &= y_1 \\ x_2 &= \dot{y}_1 = \dot{x}_1 \\ x_3 &= y_2 \\ x_4 &= \dot{y}_2 = \dot{x}_3 \\ u &= f(t)\end{aligned}\tag{10}$$

Dari definisi (10), persamaan (7) dapat ditulis menjadi sebagai berikut:

$$\begin{aligned}M_1\dot{x}_2 &= -B(x_2 - x_4) - K_1(x_1 - x_3) \\ &= -K_1x_1 - Bx_2 + K_1x_3 + Bx_4\end{aligned}\tag{11}$$

Sedangkan persamaan (8) menjadi sebagai berikut:

$$\begin{aligned}M_2\dot{x}_4 &= f(t) - B(x_4 - x_2) - K_1(x_3 - x_1) - K_2x_3 \\ &= K_1x_1 + Bx_2 - (K_1 + K_2)x_3 - Bx_4 + f(t)\end{aligned}\tag{12}$$

Sehingga dari persamaan (10), (11), (12) didapatkan sebagai berikut:

$$\left. \begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\frac{K_1}{M_1}x_1 - \frac{B}{M_1}x_2 + \frac{K_1}{M_1}x_3 + \frac{B}{M_1}x_4 \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= \frac{K_1}{M_2}x_1 + \frac{B}{M_2}x_2 - \frac{(K_1 + K_2)}{M_2}x_3 - \frac{B}{M_2}x_4 + u \\ \text{output system:} \\ y &= y_1 = x_1\end{aligned}\right\}\tag{13}$$

Akhirnya didapatkan model *state space* dari sistem sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= cx + Du\end{aligned}\tag{14}$$

dengan:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{K_1}{M_1} & -\frac{B}{M_1} & \frac{K_1}{M_1} & \frac{B}{M_1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{K_1}{M_2} & \frac{B}{M_2} & -\frac{(K_1+K_2)}{M_2} & -\frac{B}{M_2} \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad C = [1 \ 0 \ 0 \ 0] \quad D=0 \quad (16)$$

Pada penelitian ini diasumsikan mobil yang dikendalikan adalah toyata kijang GRAND dengan M_1 = massa mobil (kosong) 1600 kg, sedangkan massa mobil maksimum \pm 2400 kg (massa mobil + penumpang penuh + bagasi penuh). Pada perancangan sistem, diasumsikan kapasitas penumpang dan bagasi setengah dari kapasitas penuh, sehingga ditentukan $M_1=2000$ kg (massa mobil + $\frac{1}{2}$ {penumpang penuh + begasi penuh }). Sementara itu massa roda M_2 , Konstanta absorbver B , Konstanta per/pegas K_1 , dan elastisitas dari ban/karet K_2 , diasumsikan masing-masing: $M_2=100$ kg, $K_1=10000$ N/m, $B = 5000$ N/m, dan $K_2=13000$ N/m.

Dari persamaan (15) dan (16) maka didapatkan A sebagai berikut:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -5 & -2.5 & 5 & 2.5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 100 & 50 & -230 & -50 \end{bmatrix} \quad (17)$$

Selanjutnya *state space* sistem menjadi sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -5 & -2.5 & 5 & 2.5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 100 & 50 & -230 & -50 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \quad (18)$$

Sebelum lebih jauh merancang sistem kendali optimal, akan dilihat terlebih dahulu kondisi *plant*, apakah benar *plant* bersifat *controllable* dan *observable*. Guna melihat apakah sebuah sistem (*plant*) bersifat *controllable*, dapat dilakukan pengecekan CM (*controlable matrix*) sebagai berikut:

$$(CM) = [B \ AB \ A^2B \ A^3B] \quad (19)$$

Jika CM adalah matriks yang punya invers, maka sistem dikatakan *controllable*, setelah dicek matriks CM mempunyai invers, sehingga sistem ini dikatakan *controllable*.

Selanjutnya untuk melihat apakah sebuah sistem (*plant*) bersifat *observable*, dapat di lakukan pengecekan OM (*observable matrix*) sebagai berikut:

$$OM = [C; CA; CA^2; CA^3]' \quad (20)$$

Jika matriks OM mempunyai invers maka sistem dikatakan *observable*. Dan setelah dicek matriks OM mempunyai invers, sehingga sistem ini dikatakan *observable*.

2.2. Perancangan Sistem Kendali Optimal

Sistem kendali optimal yang dirancang dalam penelitian ini berperan sebagai *regulator* (untuk menstabilkan sistem dengan variabel output agar tetap kecil). Pada perancangan sistem ini terlebih dulu harus ditentukan index performance (J), yang akan diminimalkan. Pada penelitian ini digunakan metode LQR (*Linier quadratic Regulator*), sehingga *indeks performance* (J) nya adalah sebagai berikut:

$$J = \int_0^{\infty} (x'Qx + u'Ru)dt \quad (22)$$

dengan Q dan R adalah *matrix definite* positif.

Indeks performance pada persamaan (22) nantinya akan dapat menghasilkan konstanta kendali (*gain vector*) K, sehingga didapatkan sinyal kendali sebagai berikut:

$$u(t) = -Kx(t) \quad (23)$$

Dari persamaan (23), maka persamaan (14) dapat ditulis ulang menjadi sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ \dot{x} &= (A - BK)x \end{aligned} \quad (24)$$

Sedangkan indeks performance, persamaan (22) menjadi:

$$J = \int_0^{\infty} x'(Q + K'RK)xdt \quad (25)$$

Selanjutnya akan digunakan pendekatan *Liapunov* untuk menyelesaikan masalah optimasi pada penelitian ini. Diasumsikan:

$$x'(Q + K'RK)x = -\frac{d}{dt}(x'Px) \quad (26)$$

dengan P adalah *matrix definit positive*.

Pada teori kendali optimal diketahui persamaan Riccati untuk perancangan LQR adalah sebagai berikut:

$$A^T P + PA - PBR^{-1}B^T + Q = 0 \quad (27)$$

Selanjutnya akan diperoleh vektor gain kendali K sebagai berikut:

$$K = R^{-1}B^T P \quad (28)$$

Jika dilihat kembali *index performance* pada persamaan (22), untuk mengoptimalkan indeks performansi tersebut maka harus dilakukan pemilihan matriks Q dan R yang terbaik. Pemilihan ini dilakukan secara *trial and error*. Dasar acuan pemilihan ini adalah sebagai berikut:

a. Pemilihan R:

Dipilih matriks berbentuk diagonal (*identity*), sehingga dapat menyederhanakan perhitungan dan menjaga sistem agar selalu *robust*/kokoh.

b. Pemilihan Q:

Dipilih model matriks diagonal untuk menyederhanakan penyelesaian. Nilai dari variabel kunci diperoleh dengan cara mencoba (*trial and error*), sehingga diperoleh solusi/tanggapan sistem terbaik.

Dari *trial dan error*, pada penelitian ini akhirnya dipilih matriks Q dan R-nya sebagai berikut:

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 7000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ dan } R = [1]$$

Dengan diketahuinya matriks A, B, Q, dan R maka persamaan Riccati/persamaan (27) dapat diselesaikan untuk mendapatkan matriks P. Dengan bantuan MATLAB didapatkan nilai P sebagai berikut:

$$P = \begin{bmatrix} 583.15 & 619.2 & 547.4 & 38.3 \\ 619.2 & 2081.4 & -1614.1 & 68.2 \\ 547.4 & -1614.1 & 2276.9 & -38.3 \\ 38.3 & 68.2 & -38.3 & -2.6 \end{bmatrix}$$

Dengan diperolehnya P, maka vektor gain kendali optimal dapat diperoleh sebagai berikut:

$$K = R^{-1}B^T P$$

$$K = 1 \cdot [0 \ 0 \ 0 \ 1] \begin{bmatrix} 583.15 & 619.2 & 547.4 & 38.3 \\ 619.2 & 2081.4 & -1614.1 & 68.2 \\ 547.4 & -1614.1 & 2276.9 & -38.3 \\ 38.3 & 68.2 & -38.3 & -2.6 \end{bmatrix}$$

$$K = [38,3 \ 68,2 \ -38,3 \ -2,6]$$

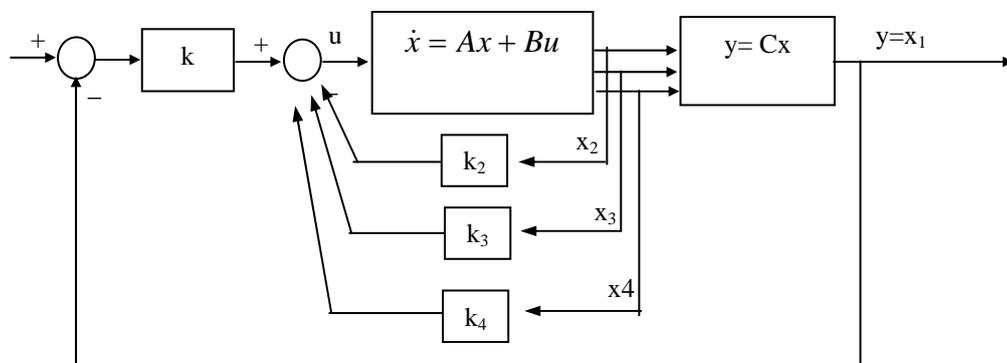
Akhirnya sinyal kendali optimal $u(t)$ diperoleh dengan:

$$u(t) = -Kx(t)$$

$$u(t) = -[38,3 \ 68,2 \ -38,3 \ -2,6] [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T$$

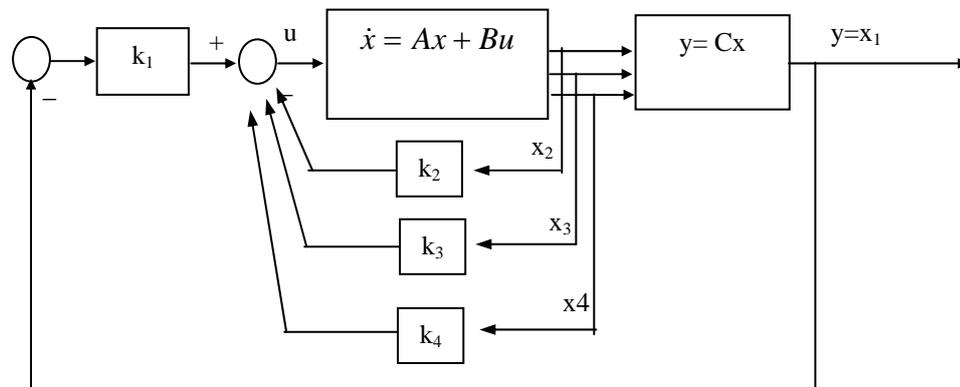
$$u(t) = -38,3 X_1 - 68,2 X_2 + 38,3 X_3 + 2,6 X_4$$

Jika sinyal tersebut digambarkan dalam diagram kotak, maka didapatkan seperti Gambar 3.



Gambar 3. Diagram kotak dari kendali optimal LQR

Pada sistem suspensi mobil normal, maka $r=0$, sehingga diagram kotak Gambar 3 menjadi seperti Gambar 4.

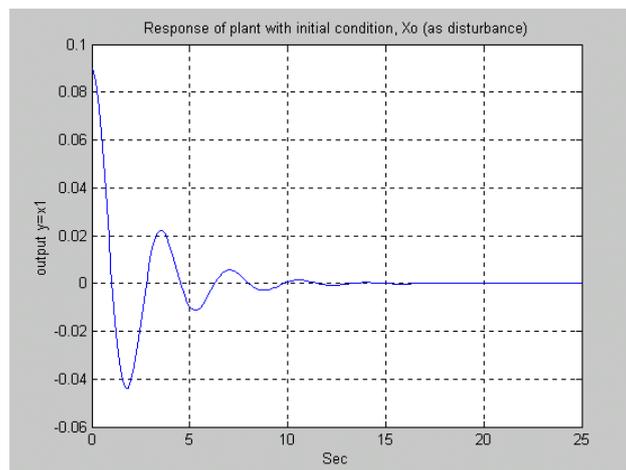


Gambar 4. Diagram kotak kendali optimal LQR dengan $r=0$

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

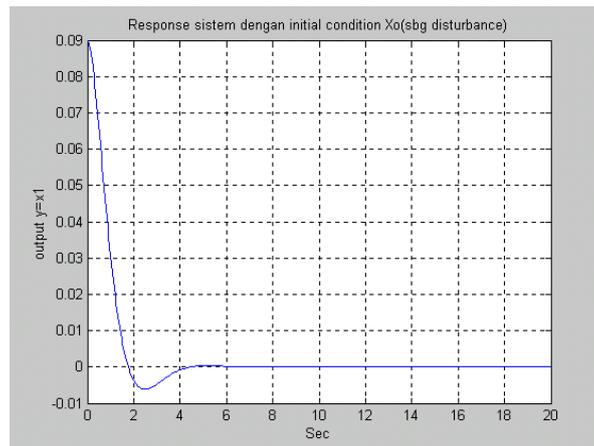
Pada bahasan di atas telah disinggung bahwa tujuan perancangan kendali pada sistem suspensi mobil ini adalah bagaimana agar pergeseran y_1 (Gambar 1) menjadi kecil (hampir nol, dan kalau tidak nol dapat segera kembali ke titik awal) atau dengan kata lain mobil tidak bergelombang (tanpa osilasi).

Dari perancangan di atas telah diperoleh sinyal kendali $u(t)$. Untuk menguji apakah sinyal kendali tersebut dapat mengatasi permasalahan yang ada, maka akan dilakukan simulasi sistem dengan menggunakan perangkat lunak MATLAB. Pada simulasi yang akan dilakukan, gangguan pada mobil (jalan bergelombang/lubang) diberikan dengan pemberian *initial condition* (kondisi awal) dari x_0 (posisi awal mobil). Dari simulasi diperoleh hasil seperti Gambar 5.



Gambar 5. Tanggapan sistem yang belum diberikan kendali, dengan kondisi awal x_0

Dari Gambar 5 tersebut nampak adanya osilasi (mobil terguncang-guncang-bergelombang). Selanjutnya akan disimulasikan sistem yang telah ditambahkan kendali, $u(t) = -Kx(t)$, dengan $K = [38,3 \ 68,2 \ -38,3 \ -2,6]$. Dari simulasi yang telah ditambahkan kendali didapatkan Tanggapan sistem seperti ditunjukkan pada Gambar 6.



Gambar 6. Response sistem yang telah ditambahkan pengendali, dengan kondisi awal x_0

Dari Gambar 6 di atas nampak, osilasi (guncangan pada mobil telah) mengalami redaman. Pada perancangan sistem kendali di atas massa mobil dianggap mempunyai muatan setengah dari muatan penuh (massa mobil kosong + $\frac{1}{2}$ muatan penuh = 2000 kg).

Selanjutnya akan diuji, bagaimana jika massa total dari mobil berubah, tapi mempunyai sistem kendali yang sama.

- a. Pertama diasumsikan mobil dalam kondisi kosong. Jika mobil kosong, maka $M_1 = 1600$ kg. Dengan cara yang sama dengan di atas didapatkan matriks A sebagai berikut:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{K_1}{M_1} & -\frac{B}{M_1} & \frac{K_1}{M_1} & \frac{B}{M_1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{K_1}{M_2} & \frac{B}{M_2} & -\frac{(K_1 + K_2)}{M_2} & -\frac{B}{M_2} \end{bmatrix}$$

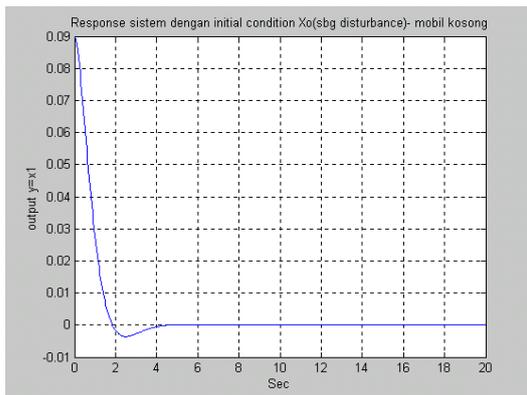
$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -6.25 & -3.125 & 6.25 & 3.125 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 100 & 50 & -230 & -50 \end{bmatrix}$$

Dengan simulasi MATLAB didapatkan tanggapan sistem seperti ditunjukkan pada Gambar 7. Dari Gambar 7, nampak pada saat mobil kosongpun, sistem suspensi bekerja dengan baik. Osilasi-guncangan pada mobil tidak terjadi.

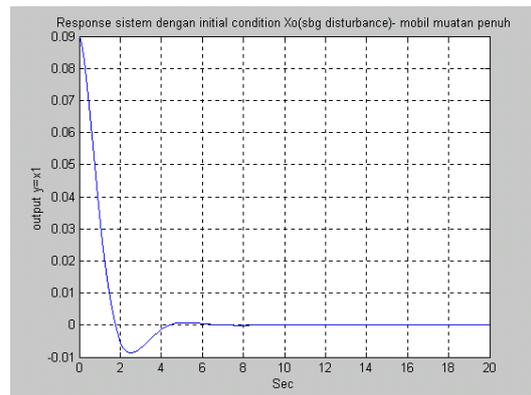
- b. Selanjutnya akan diuji juga jika penumpang dan bagasi mobil penuh, maka $M_1 = 2400$ kg. Dengan cara yang sama didapatkan matriks A sebagai berikut:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -4.1667 & -2.0883 & 4.1667 & 2.0883 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 100 & 50 & -230 & -50 \end{bmatrix}$$

Dengan menggunakan MATLAB diperoleh tanggapan sistem seperti Gambar 8.



Gambar 7. Tanggapan sistem dengan kondisi beban mobil kosong ($M_1=1600\text{kg}$)



Gambar 8. Tanggapan sistem dengan kondisi beban mobil penuh ($M_1=2400\text{kg}$)

Dari Gambar 8 juga nampak bahwa pada saat muatan penuh pun sistem suspensi mobil dapat bekerja dengan baik.

4. SIMPULAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan di atas, dapat diambil simpulan bahwa *Linear Quadratic Regulator* (LQR) dapat dipakai sebagai kendali optimal dalam kasus perancangan sistem suspensi mobil dengan hasil yang memuaskan. Kendali optimal sistem suspensi mobil yang didesain secara *off-line* (K didesain pada massa mobil tertentu), jika massa mobil berubah dari muatan kosong ke muatan penuh, sistem akan tetap memberikan tanggapan yang memuaskan.

DAFTAR PUSTAKA

- [1]. Ogata, K., "**Modern Control Engineering**", 2nd edition, Prentice-Hall, New Jersey, 1990.
- [2]. Ogata, K., "**Designing Linear Control System with Matlab**", Prentice-Hall, New Jersey, 1994.
- [3]. Phillips, C.L., and Harbor, R.D., "**Feedback Control System**", 3rd edition, Prentice-Hall, New Jersey, 1996.
- [4]. Sandler, B., "**Robotics Designing the mechanism for Automated Machinery**", Prentice-Hall, New Jersey, 1991.
- [5]. Anderson, Brian D.O., and Moore, J.B., "**Optimal Control Linear Quadratic Methods**", Prentice-Hall, New Jersey, 1989.