

PERBANDINGAN ANTARA ALGORITMA DEKOMPOSISI STANDAR HAAR DAN ALGORITMA DEKOMPOSISI STANDAR RIYAD UNTUK PEMAMPATAN DATA CITRA

Riyad Mubarak Abdullah
Jurusan Teknik Informatika Fakultas Teknik
Universitas Sanata Dharma
Yogyakarta

Abstrak

Dalam naskah ini ditampilkan perbandingan antara dua algoritma dekomposisi standar yang digunakan untuk pemampatan data citra. Dua algoritma dekomposisi standar yang dimaksud adalah yang dimiliki Haar dan Riyad. Dalam naskah ini, diperkenalkan suatu algoritma baru yang akan digunakan untuk memampatkan data citra. Algoritma ini pada hakikatnya adalah modifikasi atas algoritma dekomposisi standar yang dibuat oleh Haar. Algoritma dekomposisi standar Haar memiliki kelemahan yang hanya dapat digunakan untuk citra-citra yang berukuran $2n$ (dengan $n = 1,2,3,\dots$), yang berarti citra-citra tersebut harus berukuran genap. Algoritma baru yang disebut dengan dkriyad2002 (singkatan untuk dekomposisi standar Riyad tahun 2002) dapat mengatasi kelemahan tersebut. Algoritma baru ini dapat digunakan untuk citra berukuran genap dan gasal. Dari hasil uji coba didapatkan bahwa algoritma baru ini dalam prosesnya lebih hemat flops (floating point operations), sehingga waktu proses dekomposisinya menjadi lebih singkat.

Kata kunci : Algoritma Dekomposisi Standar Haar, Algoritma Dekomposisi Standar Riyad2002

1. PENGANTAR

Citra sebagai keluaran suatu sistem perekaman data dapat bersifat optis berupa foto, bersifat analog berupa sinyal video seperti gambar pada monitor televisi, atau bersifat digital yang dapat langsung disimpan pada pita magnetis. Menurut presisi yang digunakan untuk menyatakan titik-titik koordinat pada domain spasial atau bidang dan untuk menyatakan nilai keabuan atau warna suatu citra, maka secara teoretis citra dapat dikelompokkan menjadi empat kelas citra, yaitu citra kontinu-kontinu, kontinu-diskret, diskret-kontinu, dan diskret-diskret; dengan label pertama menyatakan presisi titik-titik koordinat pada bidang citra sedangkan label kedua menyatakan presisi nilai keabuan atau warna. Kontinu dinyatakan dengan presisi angka tidak terhingga, sedangkan diskret dinyatakan dengan presisi angka terhingga. Komputer digital bekerja dengan angka-angka presisi terhingga, dengan demikian hanya citra dari kelas diskret-diskret yang dapat diolah dengan komputer. Citra dari kelas tersebut lebih dikenal sebagai citra digital.

Citra digital merupakan larikan dua-dimensi atau matriks yang unsur-unsurnya menyatakan tingkat keabuan unsur gambar, jadi informasi yang terkandung bersifat diskret. Citra digital tidak selalu merupakan hasil langsung data rekaman sistem. Kadang-kadang hasil rekaman data bersifat kontinu seperti gambar pada monitor televisi, foto sinar-X, dan lain sebagainya. Dengan demikian untuk mendapatkan citra digital diperlukan suatu proses konversi, sehingga citra tersebut selanjutnya dapat diproses dengan komputer [4].

2. GELOMBANG-SINGKAT (GS)

GS adalah fungsi matematika yang memungkinkan pembagian data menjadi komponen-komponen yang frekuensinya berbeda, kemudian mempelajari setiap komponen dengan resolusi yang cocok untuk setiap ukuran (scale). GS dikembangkan secara luas di bidang matematika, fisika kuantum, teknik elektro, dan geologi seismik. Kemajuan pada bidang ini selama sepuluh tahun terakhir menghasilkan banyak aplikasi GS baru seperti untuk

pemampatan citra, masalah turbulens, tiruan penglihatan manusia, sistem radar, dan prediksi gempa bumi [2].

3. TRANSFORM

Transform merupakan salah satu proses yang bersifat pemetaan baku untuk kemudahan dan keefektifan sesuai dengan tujuan pemampatan data yang bersifat merugi. Transform citra bekerja terhadap blok-blok piksel. Blok piksel biasanya berukuran kecil, misalnya dapat dipilih 4 X 4, 8 X 8, atau 16 X 16 maupun yang lain, dan bukan pada keseluruhan citra sekaligus.

Terdapat dua alasan pemilihan blok-blok yang berukuran kecil, yaitu :

- Transform blok berukuran kecil atas citra tertentu lebih mudah dihitung dan diproses daripada transform citra dengan ukuran penuh.
- Korelasi antara piksel-piksel berjauhan yang lebih kecil daripada piksel-piksel yang berdekatan akan mempermudah proses transform itu sendiri.

4. GELOMBANG SINGKAT HAAR

4.1 Haar: Basis Gelombang-Singkat Paling Sederhana

Basis Haar merupakan basis GS paling sederhana, telaahnya akan dimulai dengan menguji bagaimana fungsi dimensi tunggal dapat disusun menggunakan GS Haar. Akan dilihat fungsi basis Haar secara rinci dan bagaimana penyusunan GS Haar dapat digunakan untuk pemampatan. Selanjutnya akan dicari beberapa aplikasi basis Haar yang meliputi pemampatan citra, pengeditan citra, dan pencarian (*query*) citra.

4.2 Transform Gelombang-Singkat (TGS) Haar Dimensi Tunggal

Untuk dapat mengerti bagaimana GS bekerja, dimulai dengan contoh sederhana. Terdapat citra dimensi tunggal dengan resolusi 4 piksel, yang mempunyai nilai piksel berikut [9 7 3 5]. Citra ini dapat disajikan menggunakan basis Haar, dengan menghitung TGS sebagai berikut. Dimulai dengan mereratakan piksel berpasangan untuk mendapatkan citra dengan resolusi lebih rendah, dengan nilai piksel [8 4].

Jelaslah bahwa beberapa informasi hilang dalam proses rerata dan pencuplikan turun. Untuk dapat memperoleh keempat nilai piksel semula dari kedua piksel rerata, perlu disimpan beberapa koefisien rinci (*detail coefficient*) yang menangkap informasi yang hilang. Dalam contoh ini akan dipilih 1 untuk koefisien rinci pertama, pada saat rerata yang dihitung adalah 1 kurangnya dari 9 dan 1 lebihnya dari 7. Jumlah tunggal ini memungkinkan 2 piksel pertama dari citra 4 piksel semula diperoleh kembali. Hal yang sama dilakukan dalam penentuan koefisien rinci kedua, yaitu -1 , karena $4+(-1)=3$ dan $4-(-1) = 5$.

Secara ringkas, akan disusun kembali citra ke dalam versi resolusi yang lebih rendah (2 piksel) dan koefisien rinci seperti berikut :

Resolusi	Rerata	Koefisien Rinci
4	[9 7 3 5]	
2	[8 4]	[1 -1]

Proses tersebut diulangi pada rerata rekursif yang memberikan dekomposisi secara penuh:

Resolusi	Rerata	Koefisien Rinci
4	[9 7 3 5]	
2	[8 4]	[1 -1]
1	[6]	[2]

Akhirnya akan didefinisikan TGS (juga disebut dekomposisi GS) citra asli 4 piksel menjadi koefisien tunggal yang mewakili rerata keseluruhan citra asli, yang diikuti dengan koefisien rinci dalam urutan resolusi yang bertambah. Jadi untuk basis Haar dimensi tunggal, TGS citra piksel asli 4 diberikan oleh [6 2 1 -1].

Bank tapis adalah suatu cara untuk menghitung TGS dengan mereratakan secara rekursif (berulang) dan memperkecil koefisiennya. Perlu diingat bahwa tidak ada informasi yang diperoleh atau hilang karena proses ini. Citra asli mempunyai 4 koefisien, demikian juga dengan transformnya. Dengan diberikan transform, dapat disusun kembali citra menjadi sembarang resolusi dengan menambahkan secara rekursif dan mengurangi koefisien rinci dari versi resolusi yang lebih rendah.

Penyimpanan TGS suatu citra akan lebih menguntungkan daripada melakukan penyimpanan citra asli. Salah satu keuntungan TGS adalah bahwa sering sejumlah besar k pemotongan koefisien rinci mempunyai magnitudo sangat kecil. Dengan memangkas (*truncating*) atau penghapusan koefisien kecil ini pada citra yang disajikan, hanya terdapat sedikit kesalahan dalam citra yang disusun kembali, memberikan bentuk pemampatan citra yang hilang. Pertama kali akan disajikan fungsi basis Haar dimensi tunggal.

GS yang berhubungan dengan basis kotak dikenal dengan GS Haar, yang diberikan oleh:

$$\psi_i^j = \psi(2^j x - i), \quad i = 0, \dots, 2^j - 1$$

dengan

$$\psi(x) = \begin{cases} 1, & \text{untuk } 0 \leq x < 1/2 \\ -1, & \text{untuk } 1/2 \leq x < 1 \\ 0, & \text{di luarnya} \end{cases}$$

4.3 Persyaratan Fungsi Gelombang-Singkat Haar

4.3.1 Ortogonalitas dan Normalisasi

Basis Haar memberikan sifat penting yang dikenal dengan ortogonalitas yang tidak selalu diberikan pada basis GS lain. Suatu basis ortogonal merupakan satu dari semua fungsi basis pertama dalam hal ini $\phi_0^0, \psi_0^0, \psi_1^0, \psi_1^1, \dots$, yang bersifat saling ortogonal. Ortogonalitas lebih kuat daripada yang diperlukan dalam definisi GS, bahwa ψ_i^j hanya menjadi ortogonal untuk semua fungsi skala pada aras j yang secara hierarkis sama.

Sifat lain GS adalah penormalan. Suatu fungsi basis $u(x)$ dinormalkan jika $\langle u|u \rangle = 1$. Dapat dinormalkannya basis Haar dilakukan melalui penggantian definisi sebelumnya:

$$\phi_i^j(x) = \sqrt{2^j} \phi(2^j x - i)$$

$$\psi_i^j(x) = \sqrt{2^j} \psi(2^j x - i)$$

dengan faktor konstanta $\sqrt{2^j}$ dipilih agar dipenuhi $\langle u|u \rangle = 1$ untuk hasil kali-dalam standar (*standard inner product*).

Dengan definisi yang diubah ini, koefisien normalisasi baru diperoleh dengan membagi masing-masing koefisien lama berpangkat j dengan $\sqrt{2^j}$. Jadi contoh dari bagian sebelumnya, koefisien yang tidak dinormalkan [6 2 1 -1] menjadi koefisien ternormalkan.

$$\left[6 \quad 2 \quad \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \frac{-1}{\sqrt{2}} \right]$$

Sebagai suatu alternatif untuk menghitung koefisien pertama yang tidak dinormalkan dan kemudian proses menormalkannya, dapat dimasukkan penormalan dalam susunan algoritma. Dua prosedur sandi tersamar (*pseudocode*) berikut menunjukkan dekomposisi yang dinormalkan ini dan meneruskan penyusunan koefisien dalam tempatnya:

```

procedure Dekomposisi (c: array [1..2j] of reals)
  c ← c/√2j   (Penormalan koefisien-koefisien masukan)
  g ← 2j
  while g ≥ 2 do
    Langkah Dekomposisi (c [1..g] )
    g ← g/2
  end while
end procedure

```

```

procedure Langkah Dekomposisi (c: array [1..2j] of reals)
  for i ← 1 to 2j/2 do
    c'[i] ← (c[2i-1] + c[2i])/√2
    c'[2j/2 + i] ← (c[2i-1] - c[2i])/√2
  end for
  c ← c'
end procedure

```

Setelah didapat dekomposisi nol, perlu disusun kembali data awal menggunakan prosedur 2 sandi tersamar berikut.

```

procedure Rekonstruksi (c:array [1..2j] of reals)
  g ← 2
  while g ≤ 2j
    Langkah Rekonstruksi (c [1..g] )
    g ← 2g
  end while
  c ← c√2j (pengembalian terhadap penormalan)
end procedure

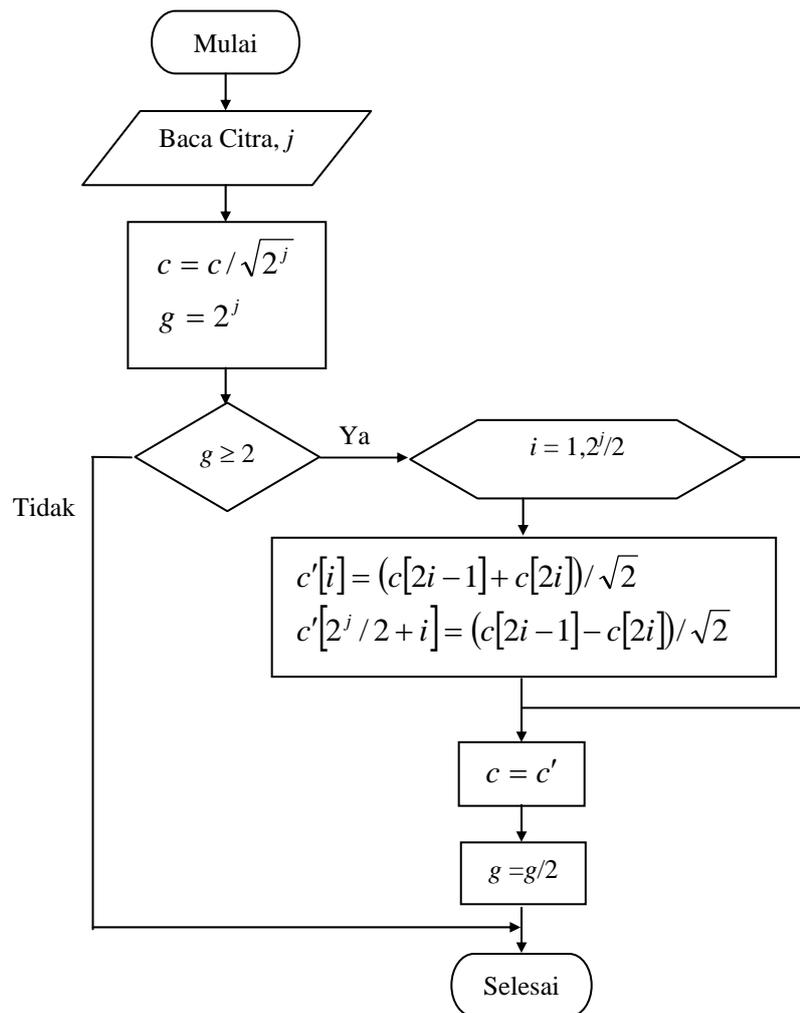
```

```

procedure Langkah Rekonstruksi (c: array [1..2j] of reals)
  for i ← 1 to 2j/2 do
    c'[2i-1] ← (c[i] + c[2j/2 + i])/√2
    c'[2i] ← (c[i] - c[2j/2 + i])/√2
  end for
  c ← c'
end procedure

```

Prosedur sandi tersamar di atas memungkinkan untuk pengerjaan basis ortonormal, yaitu pengortogonalan dan penormalan. Penggunaan basis ortonormal dihilangkan dengan cepat ketika memampatkan suatu fungsi atau citra [5].



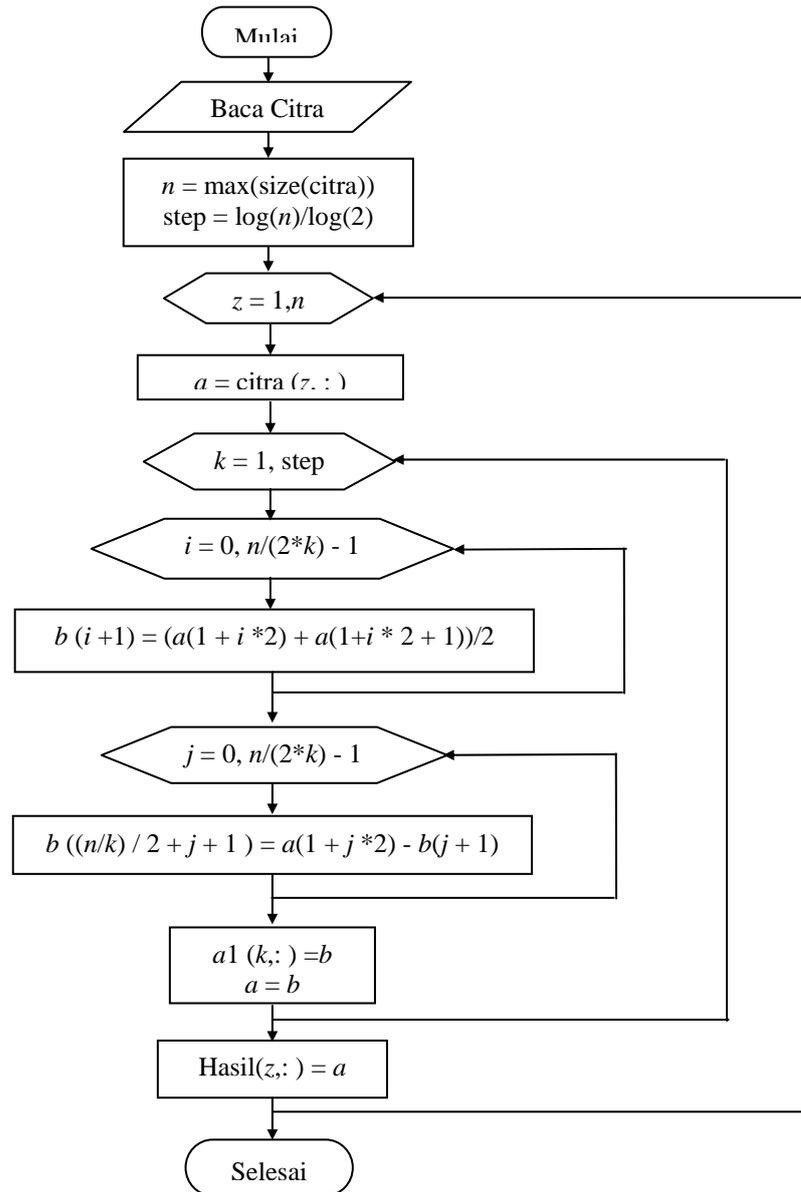
Gambar 1. Diagram alir algoritma dekomposisi standar Haar

5. HASIL UJI ALGORITMA BARU

Diagram alir algoritma Riyad seperti yang diperlihatkan pada Gambar 2. Dalam bagian ini, digunakan beberapa contoh untuk pengujian algoritma dkriyad2002 dan hasilnya dibandingkan dengan hasil algoritma Haar. Sebagai catatan, citra-citra yang digunakan akan digambarkan sebagai citra yang bersifat penuh, berpusat di tengah (tegak atau mendatar), dan tersebar diseluruh bidang pandang.

Dengan mengingat kembali bagian ilustrasi yang telah dibahas sebelumnya, di mana suatu citra akan diubah menjadi suatu matriks berorde $n \times n$. Untuk memudahkan penggunaan algoritma baru ini, digunakan rumus matematika yang membuktikan kemampuan algoritma baru dalam memampatkan citra berukuran genap maupun gasal.

Matriks dengan mudah dapat dipahami sebagai suatu penataan baris per baris atau kolom per kolom dengan tanda-tanda tertentu, sehingga matriks tersebut dapat digunakan untuk menyajikan transformasi dan analisisnya. Jika operasi semacam itu dilakukan pada persamaan $Ax = b$, setelah ditransformkan akan diperoleh persamaan $WAx = Wb$. Dari sini, dapat ditulis $(WAW^{-1})(Wx) = Wb$. Sebagai contoh, untuk transformasi ortogonal W , dengan $W^{-1} = W^T$ didapat hubungan $(WAW^T)Wx = Wb$ atau $A'W' = b'$ [3]. Sifat umum yang menarik pada metode ini adalah bahwa suatu TGS atas matriks rapat akan menghasilkan matriks jarang [1].



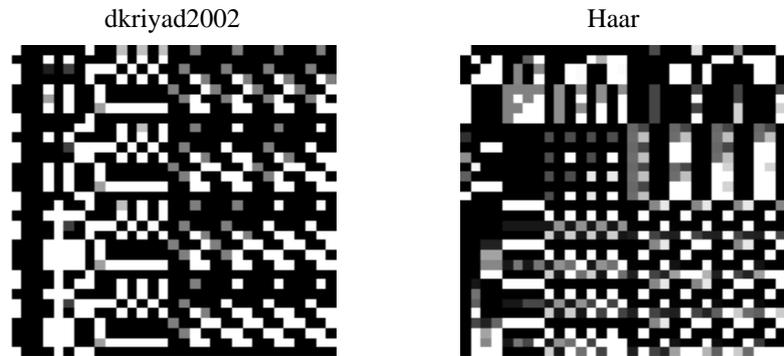
Gambar 2. Diagram alir algoritma Riyad.

Contoh 1: Untuk citra yang bersifat penuh.

Tabel 1. Perbandingan antara gelombang-singkat Haar dan dkriyad 2002 untuk beberapa ukuran citra yang bersifat penuh

Ukuran Citra		GELOMBANG-SINGKAT	
		dkriyad2002	Haar
8 X 8	Flops	4870	5766
	Waktu	0.1600	0.1700
24 X 24	Flops	99474	NA
	Waktu	0.3800	NA
32 X 32	Flops	227230	238788
	Waktu	1.3900	1.4900

Hasil proses dekomposisi untuk citra berukuran 32 X 32 di atas dapat dilihat pada Gambar 3.



Gambar 3. Perbandingan hasil dekomposisi citra yang bersifat penuh yang berukuran 32 X 32

Contoh 2: Citra dengan sifat berpusat di tengah (tegak atau mendatar).

Tabel 2. Perbandingan antara gelombang-singkat Haar dan dkriyad2002 untuk beberapa ukuran citra dengan sifat berpusat di tengah

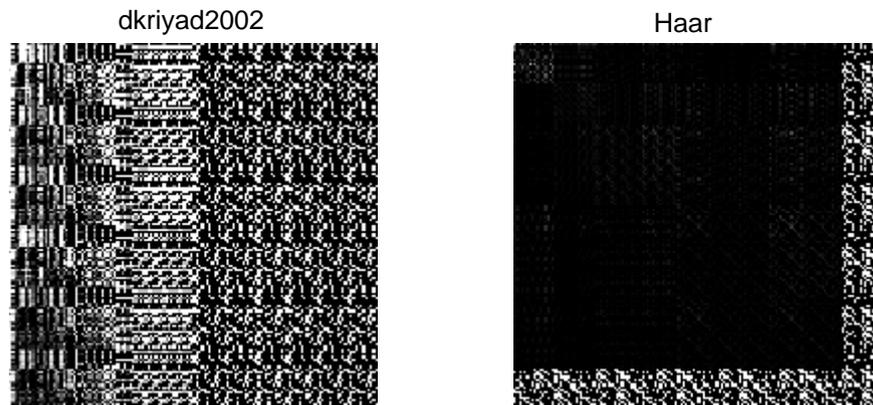
Ukuran Citra		GELOMBANG-SINGKAT	
		dkriyad2002	Haar
8 X 8	Flops	4958	5852
	Waktu	0.1600	0.1700
12 X 12	Flops	14460	Gagal
	Waktu	0.3200	NA
24 X 24	Flops	96738	NA
	Waktu	0.4400	NA
32 X 32	Flops	214430	239472
	Waktu	1.2300	1.2600
64 X 64	Flops	1527342	1739964
	Waktu	5.1400	5.1700

Contoh 3: Citra yang tersebar di keseluruhan bidang pandang.

Tabel 3. Perbandingan antara gelombang-singkat Haar dan dkriyad2002 untuk beberapa ukuran citra yang tersebar di keseluruhan bidang pandang

Ukuran Citra		GELOMBANG-SINGKAT	
		dkriyad2002	Haar
8 X 8	Flops	4896	5792
	Waktu	0.1600	0.1700
24 X 24	Flops	99532	NA
	Waktu	0.3300	NA
72 X 72	Flops	2400590	NA
	Waktu	5.3600	NA
144 X 144	Flops	18578088	18640248
	Waktu	19.1400	19.1700

Hasil dari proses dekomposisi untuk citra berukuran 32 X 32 di atas dapat dilihat pada Gambar 4.



Gambar 4. Perbandingan hasil dekomposisi citra yang tersebar di keseluruhan bidang pandang yang berukuran 32 X 32

6. KESIMPULAN

Dari uji dua algoritma tersebut dapat diambil kesimpulan bahwa algoritma baru yang disebut dkriyad2002 yang dapat mengatasi kelemahan algoritma sebelumnya yang dimiliki oleh Haar, yaitu prosesnya lebih hemat flops (floating point operations) sehingga waktu proses dekomposisinya menjadi lebih singkat

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Bond, D. M. and S. A. Vavasis, ***“Fast Wavelet Transforms for Matrices Arising from Boundary Element Methods”*** Center for Applied Mathematics, Engineering, and Theory Center, Cornell University, Ithaca, NY 14853, March 24, 1994.
- [2] [Graps, A., ***“An Introduction to Wavelets”*** IEEE Computational Science and Engineering, USA, 1-5 and 7-8, 1995.
- [3] [Morton, P. and Petersen A., ***“Image Compression Using the Haar Wavelet Transform”*** Math 45, College of the Redwoods, December 19, 1-9, 1997.
- [4] [Murni, M., ***“Pengantar Pengolahan Citra”*** Penerbit PT Elex Media Komputindo Kelompok Gramedia, Jakarta, 5, 1992.
- [5] Stollnitz, E. J., T.D. DeRose, and D.H. Salesin, ***“Wavelet for Computer Graphics Theory and Application”*** Morgan Kaufmann Publishers, Inc., San Francisco, California, 9-25, 89-90, and 97-98, 1996.